

决策模型的神经网络表示

刘 伟, 蔡前凤

(广东工业大学 应用数学学院, 广东 广州 510090)

摘要: 利用因素空间的理论对多属性决策中加权综合模型、距离模型、综合评判模型、多层次综合模型 4 种基本模型进行分析, 给出了相应的神经网络表示和算法, 最后结合实例在计算机上给予实现.

关键词: 神经网络; 神经元; 决策模型; 综合函数

中图分类号: O 159; TP183

文献标识码: A

文章编号: 1007-7162(2007)03-0024-04

对于给定的有限选择方案, 根据一组属性 (目标准则) 及决策者的偏好, 衡量和判断出各方案的排序结果、优先等级或选出最优方案的决策问题称为多属性决策 (MADM). 多属性决策是决策科学、系统工程、管理科学与运筹学等学科研究中十分活跃的一个课题, 在社会经济、管理、工程等领域有着广泛的应用, 如: 投资决策、项目评估、人员考核、干部质量评定和经济效益预测等.

模糊多属性决策 (FMADM) 是用模糊集的思想处理模糊背景下的决策问题. 1965 年, Zadeh^[1] 提出模糊集的思想, 并于 1970 年与 Bellman 一起提出用模糊集的思想处理模糊背景下的决策问题, 这是模糊方法在决策中的首次运用. 之后, 由于模糊数、语言值等概念的形成, 模糊推理方法的提出, 运用模糊的思想处理不完全信息、半定量数据、定性数据的量化方法逐步得到发展.

神经网络具有较强的学习能力, 通过神经元之间的连接来模拟大脑的记忆和联想功能. 但缺乏对于模糊概念的表述.

将神经网络与模糊多属性决策相结合, 用于处理带有模糊性的决策问题是目前的研究热点. 本文拟介绍加权综合模型、距离模型、综合评判模型和多层次综合模型 4 种多属性决策模型. 然后给出了这 4 种模型的神经网络表示及算法, 最后通过采矿的实际问题验证所提算法的可行性.

1 定义与模型

设 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是方案集, V 是与 A 有关的所有因素, $F \subset V$, 通常 $F = \Phi(\pi)$, $\pi = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ 为 F 的原子因素集^[2], 这样构成因素空间 $\{X(F)\}_{F \in F}$, 其中 $X(1)$ 称为决策空间, $X(1)$ 中的点

称为决策向量, $1 = \bigvee_{j=1}^n f_j$.

定义 1 FMADM 看作五元组 $\langle A, \pi, \{X(F)\}_{F \in F}, R, M \rangle$, 其中 A 为方案集; π 为简单因素集; $\{X(F)\}_{F \in F}$ 为因素空间; $R \in F(A \times \pi)$ 为 $A \times \pi$ 的二元模糊关系, 称为决策矩阵;

$M: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, $(r_1, r_2, \dots, r_n) \rightarrow M(r_1, r_2, \dots, r_n) \in [0, 1]$ 称为标准综合函数.

神经网络能模拟人的思维进行推理, 在处理决策问题时, 如能利用神经网络进行决策, 无疑能提高人们对于复杂信息的处理能力^[3].

图 1 是神经元的基本拓扑连接图^[4], 其输入输出关系描述为

$$y = \varphi\left(\sum_{j=1}^n w_j x_j - \theta\right),$$

其中 x_j ($j=1, 2, \dots, n$) 是输入信号, θ 为该神经元的阈值, w_j 是连接权值, φ 为激发函数. 当 $\theta=0$ 且 $\varphi(x)=x$ 时, MP-模型可看作一个简单的综合模型.

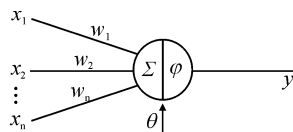


图 1 MP-模型

已有的神经网络连接方式大致有 3 类^[4], 如图 2 中 (a) 为前馈式网络、(b) 为单层 Hopfield 网络、(c) 为自组织网络.

1.1 加权平均模型 (additive weighing method)

模型表示: $D(X) = W^0 X$. (1)

多属性决策 3 个基本要素是: 方案集 A 、属性集 π 、决策矩阵 R , 整个决策过程如图 3 所示.

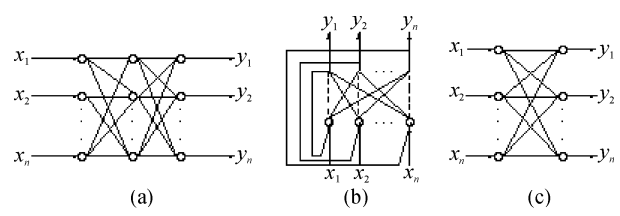


图 2 神经网络连接方式

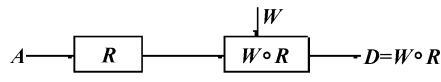


图 3 加权平均模型的决策过程

其中 W 为 π 对应的属性权向量。
从不同的角度, 图 3 可看作两个不同的过程: 若视 W 为输入, R 看作转换器, 有图 4; 若视 R 为输入, W 看作转换器, 那么有图 5。

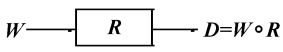


图 4 决策过程形式一

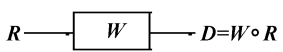


图 5 决策过程形式二

两个不同的过程可用不同的神经网络结构表示, 这将在 2.1 节中详细讨论。

1.2 距离模型 (distance from target method)
模型表示:

$$D(X) = \sum_{j=1}^n w_j (x_j - x_j^*)^2 \quad (2)$$

其中 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 为理想方案, 各方案按其与理想方案的距离排序, $D(X)$ 越小, 方案越好。一般可取 $x_k^* = \bigvee_{j=1}^m x_{jk}, k=1, \dots, n, x_{jk} \in [0, 1]$ 。

1.3 综合评判模型

决策者根据因素间的相关信息与待择方案 $u \in U$ 的数据信息, 对 u 给出确定的评语的决策过程称为综合评判。

- 综合评判模型要有 3 个基本要素:
- 基本因素集 $\pi = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$;
- 评语集 $e = \{e_1, e_2, \dots, e_p\}$;
- 方案集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 。

综合评判模型可视为 5 元组 $\langle U, \pi, e, R^{(M)}, M \rangle$, 其中 $R^{(u)}$ 为单因素评价矩阵, M 为标准综合函数。评判步骤如下:

- 1) 确定因素集 π
- 2) 确定因素集 π 相对于评语集的隶属函数矩阵

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1p} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \dots & \varphi_{np} \end{pmatrix}_{n \times p},$$

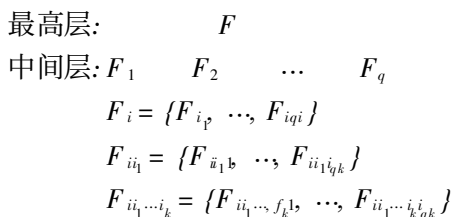
其中 φ_{ij} 表示因素 f_i 相对于评语 e_j 的隶属函数。

- 3) $\forall u \in U$, 确定单因素矩阵 $R^{(u)} = (r_{ij}(u))_{n \times p}$, 其中 $r_{ij}(u)$ 表示方案 u 在因素 f_i 下相对于评语 e_j 的隶属函数值。
- 4) 确定标准综合函数 M 。
- 5) 对 $R^{(u)}$ 的每一列进行综合, 得到向量 $D(u) = (M(R_1^u), M(R_2^u), \dots, M(R_p^u)) = (d_1(u), d_2(u), \dots, d_p(u))$ 。
- 6) 采用最大隶属度原则, 得到 u 的评语, 若 $d_k(u) = \bigvee_{i=1}^p d_i(u)$, 则 u 的评语为 e_k 。
- 7) 对每一个 $u \in U$ 重复 3) ~ 6)。

1.4 多层次综合模型

对于复杂系统, 影响因素众多, 需要将因素分层, 利用多层次综合模型进行决策。多层次综合模型为 5 元组 $\langle A, \pi, \{X(f)_{f \in F}\}, R, M \rangle$, 具体实现步骤如下:

1) 确定因素集 π , 构造 F , 从而得到如下因素层次图:



最底层: $\pi = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, 且 $\forall f_i$ 使得存在唯一 $F_{ii1 \dots ik}$, 使得 $f \in F_{ii1 \dots ik}$ 称最高层因素为总目标, 中间层因素为子目标, 最底层因素为简单因素, $F_{ii1 \dots ik}$ 为 $F_{ii1 \dots ik-1}$ 的子因素。

- 2) 确定简单因素的隶属函数, 隶属函数的形式因各因素的度量标准与描述方式不同而不同。
- 3) 确定决策矩阵 $R = (\varphi_{ij}(x_{ij}))_{m \times n}$ 。
- 4) 确定标准综合函数 M 。
- 5) 按因素层逐层综合, 到最高层时停止; 设因素层数为 N , 第 i 层有 n_i 个节点, 对应的决策矩阵为 $R^{(i)}$, 第 $i+1$ 层有 n_{i+1} 个节点, 对应决策矩阵为 $R^{(i+1)}$, 则 $R^{(i)}$ 与 $R^{(i+1)}$ 有下列关系: $r_{kj}^{(i)} = M_q^{(i)}(r_{kj1}^{(i+1)}, \dots, r_{kji}^{(i+1)})$, 其中 $r_{kj}^{(i)}$ 为方案 A_k 在第 i 层第 j 个因素下对应的隶属函数值, $f_j^{(i)} = \{f_{j1}^{(i)}, \dots, f_{jni}^{(i)}\}$ 。
- 6) 将最高层综合值从大到小排序, 按最大隶属度原则, 确定最优方案。

2 决策模型的神经网络表示

通过对 4 种多属性决策模型进行分析, 我们给出决策模型相应的神经网络表示.

2.1 加权平均模型

图 4 与图 5 可用前馈式神经网络的不同连接形式实现, 见图 6 图 6(a) 中: 输入层中输入向量为权向量, 激发函数为恒等函数; 隐层为综合层, 连接权值为决策阵, 它对各方案评价进行综合; 输出层是由竞争子网络构成, 决策出最优方案, 图中采用 MaxNet 网络; 图 6(b) 中: 输入层中输入向量为决策阵, 激发函数为各属性对应的隶属函数或效用函数; 隐层亦为综合层, 连接权值为权向量; 输出层含义同上. 显然, 图 6(a) 与图 6(b) 连接方式是等价的.

当可获取决策模型的大量原始数据时, 可采用 BP 算法通过网络的学习功能实现属性权值的确定.

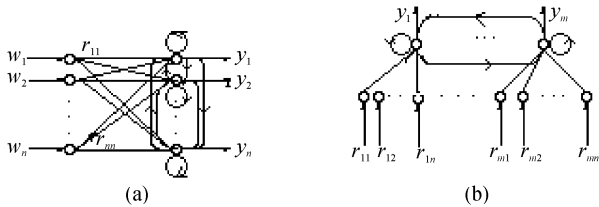


图 6 前馈式神经网络的连接形式

2.2 距离模型

可利用自组织网络实现. 见图 2(c). 输入层中输入向量为决策人给出的理想向量; 匹配层为决策层, 连接权矩阵为决策矩阵 R , 本层主要利用 $P(X) = 1 - D(X)$, ($D(X)$ 采用式 (2)), 计算出各方案与理想方案的匹配程度; 竞争层利用匹配层的计算结果并结合竞争子网络的算法获取最优方案.

注: 匹配层亦可利用下式计算匹配程度:

$$P(X^i) = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} x_j^*}{(\sum_{j=1}^n x_{ij}^2)^{1/2} (\sum_{j=1}^n x_j^{*2})^{1/2}}$$

其中 X^i 表示第 i 个待择方案

2.3 综合评判模型

图 7 为综合评判模型的神经网络表示, 输入为决策向量 $X = (x_1, \dots, x_n)$, 第 1 层神经元激发函数为 $\varphi(x) = x$, 第 2 层神经元共有 $n \times p$ 个, 激发函数为隶属函数 φ_p , 由第 2 层到第 3 层的权值是固定的, $w_{ij} = w_{i-j+1}$, (w_i 为因素 f_i 的属性权值), 第 3 层为竞争层, 采用 MaxNet 的形式. 这里标准综合函数采用 $M(+, \cdot)$.

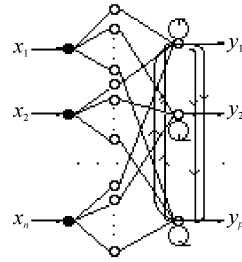


图 7 综合评判模型的算法实现一

图 8 类似于对传网络 (Counter Propagation Network) 结构^[3], 利用自组织算法实现综合评判. 第 1 层神经元个数为简单因素的个数, 激发函数为简单因素的隶属函数 φ_i , 第 2 层神经元的个数为评判等级个数, 第 3 层神经元个数与第 2 层神经元个数相同, 激发函数为阶跃函数, 实现评语的判定, 若 $y_i = 1$ 则输入向量对应的方案为第 i 个等级. 具体步骤为

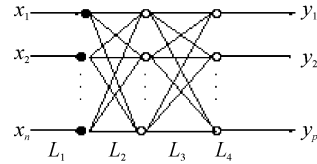


图 8 综合评判模型的算法实现二

1) 权连接初始化, 对所有从输入结点到第 2 层结点的连接权值赋予随机小数, 置 $t = 0$

2) 对网络输入决策向量 $X^k = (x_1^k, \dots, x_n^k)$, ($k = 1, \dots, m$);

3) 计算输入 X^k 与全部输出结点所连权向量 W_j^T 的距离.

$$d_j = \sum_{i=1}^n w_i (x_i^k - w_{ij}^{(1)})^2, k \in \{1, 2, \dots, m\}, j \in \{1, 2, \dots, p\}.$$

4) 具有最小距离的结点 N_j^* 获胜, $d_j = \bigwedge_{k=1}^p d_k$.

5) 调整第 2 层结点 N_j^* 所连接的权值: $\Delta w_{ij}^{(1)} = \eta(t) (x_i^k - w_{ij}^{(1)}) w_{ij}$.

6) 若还有输入数据, 则 $t = t + 1$ 转入 2). 循环至规定次数后转入 7).

7) 确定第 2 层结点与输出结点间的权值 $w_{ij}^{(2)}$: 输入 p 组样本数据, 分别代表 p 个评语对应的标准样本, $s^{(i)} = (s_1^{(i)}, \dots, s_n^{(i)})$, $i = 1, \dots, p$, 设输入 $s^{(i)}$, 第 2 层结点竞争获胜结点为 N_j^* , 则

$$w_{jk}^{(2)} = \begin{cases} 1 & k = i \\ 0 & k \neq i \end{cases}$$

2.4 多层综合模型

本文结合采矿方案优选的实例^[5], 给出其对应

的多层决策模型的神经网络表示:

图 9 中第 1 层神经元的激发函数为简单因素的隶属函数, 第 2 层神经元的激发函数为 $\varphi(x) = x$ 第 1 层到第 2 层的连接权值为属性权值 $w_i^{(1)}$, $i=1 \dots, 12$ 第 2 层到第 3 层的连接权值为 $w_i^{(2)}$, $i=1 \dots, 4$ 是因素层次图第 2 层因素对应的属性权值, 第 3 层神经元代表复杂因素 (总目标), 输出值为综合结果. 图 9 的实际意义在于当决策问题存在大量的数据时, 可利用此网络的学习功能来确定各层因素的属性权值.

4 程序实现

例 1: 采矿方法的优选. 有 4 种待选方案:

A_1 = 浅孔落矿深孔削壁充填法; A_2 = 分条房柱

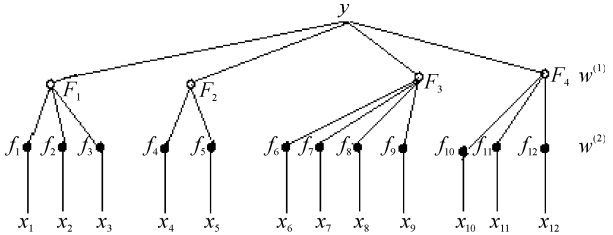


图 9 多层次综合模型的神经网络表示

采矿嗣后充填法; A_3 = 中深孔分段矿房法嗣后充填法; A_4 = 分条矿房法嗣后充填法.

相关因素有: f_1 = 矿块生产能力, f_2 = 采矿工效, f_3 = 采矿直接成本, f_4 = 采矿损失率, f_5 = 采下贫化率, f_6 = 采准比, f_7 = 劳动强度, f_8 = 施工难易程度, f_9 = 方法灵活适应性, f_{10} = 顶板安全性, f_{11} = 工人作业条件, f_{12} = 通风条件.

决策矩阵为

25	6	0	23	12	29	53	0	222	0	179	0	380	0	168	0	163	0	124
34	9	5	45	11	16	100	0	178	0	251	0	253	0	312	0	253	0	304
36	10	5	36	5	9	0	28	71	0	279	0	204	0	208	0	204	0	200
30	9	0	38	5	7	0	15	75	0	291	0	163	0	312	0	380	0	372

经过分析可知因素层次图, 见图 10

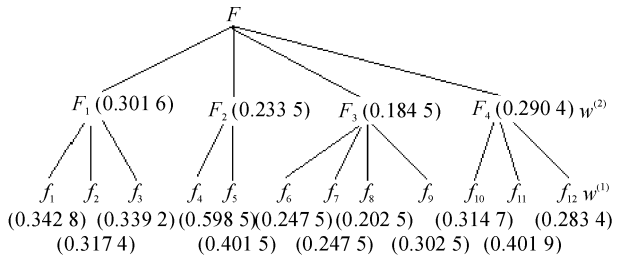


图 10 因素层次图

采用图 9 对应的神经网络实现, 从而可知 A_4 是最优方案.

例 1 是用 C++ Builder 语言在微机上实现的.

4 小结

本文采用神经网络算法来求解决策问题, 对于复杂性、模糊性的决策问题具有如下两大优点: 1)

充分利用神经网络并行计算的特点, 从而能处理大规模数据; 2) 将决策人的偏好引入到决策的过程之中, 如距离模型中的理想向量由决策者给出. 神经网络算法易陷入局部极小点, 因此如何结合遗传算法和支持向量机来求解决策问题是今后的探索方向.

参考文献:

[1] ZADEH L.A. Fuzzy Sets [J]. Information and Control, 1965 (8): 338-363.
[2] 李洪兴, 汪培庄. 模糊系统理论与模糊计算机 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.
[3] 毛权. 基于神经网络的多属性方法 [J]. 系统工程, 1993, 11(1): 31-38.
[4] 周继成. 人工神经网络——第六代计算机的实现 [M]. 北京: 科学普及出版社, 1993.
[5] 杨殿, 陈庆华. 多因素层次模糊综合评判决策模型及其应用 [J]. 中南工业大学学报, 1995 26(4): 45-52

Neural Networks Representation of Decision Models

LU Wei CAI Qian-feng

(Faculty of Applied Mathematics, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China)

Abstract This paper discusses some decision models and analyze the neural networks representation of the popular multifactorial decision models, such as additive weighing model, distance model, multifactorial evaluation and multi-layer model. Corresponding neural networks representation and calculations were given and illustrated with examples on the computer.

Key words neural networks, neuron, decision model, multifactorial function.